

# 基于归零神经动力学的水下无线传感器网络节点测距定位方法

杜秀娟<sup>1,2,3,4</sup>, 王丽娟<sup>1,2</sup>, 刘静萍<sup>5,6</sup>, 金龙<sup>5</sup>

(1. 青海师范大学计算机学院, 青海 西宁 810008; 2. 青海省物联网重点实验室, 青海 西宁 810008;  
3. 藏语智能信息处理及应用国家重点实验室, 青海 西宁 810008; 4. 高原科学与可持续发展研究院, 青海 西宁 810008;  
5. 兰州大学信息科学与工程学院, 甘肃 兰州 730000; 6. 青海师范大学网络信息中心, 青海 西宁 810016)

**摘要:** 从时变角度对基于到达角度 (AoA) 和到达时间差 (TDoA) 测距算法的水下无线传感器网络 (UWSN) 节点定位问题进行建模, 提出了一种归零神经动力学模型来求解该定位问题并对所提模型进行了收敛性分析。通过对节点定位进行计算机仿真, 验证了所提模型在精度和移动定位稳健性方面的有效性。此外, 利用青海湖实验床在湖试过程中收集的位置坐标对节点进行定位, 验证了所提模型对实际应用场景具有潜在的适用性。

**关键词:** 水下无线传感器网络; 节点定位; 归零神经动力学; 测距定位

**中图分类号:** TP393

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2022192

## Ranging localization method for nodes in underwater wireless sensor network based on zeroing neural dynamics

DU Xiujuan<sup>1,2,3,4</sup>, WANG Lijuan<sup>1,2</sup>, LIU Jingping<sup>5,6</sup>, JIN Long<sup>5</sup>

1. College of Computer, Qinghai Normal University, Xining 810008, China

2. Qinghai Provincial Key Laboratory of IoT, Xining 810008, China

3. The State Key Laboratory of Tibetan Intelligent Information Processing and Application, Xining 810008, China

4. Academy of Plateau Science and Sustainability, Xining 810008, China

5. School of Information Science and Engineering, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China

6. Network Information Center, Qinghai Normal University, Xining 810016, China

**Abstract:** In underwater wireless sensor network (UWSN), the AoA/TDoA-based ranging localization problem for nodes was formulated from a time-variant perspective, and a zeroing neural dynamics model was proposed to solve it. Then, the convergence of the proposed model was theoretically analyzed. Furthermore, computer simulations on UWSN localization were carried out to demonstrate the effectiveness of the proposed models in terms of accuracy and robustness to the mobile localization. Additionally, through tests performed in Qinghai lake, the coordinates of nodes of UWSN test-bed were leverage to illustrate the potential applicability of the proposed model in the true underwater environment.

**Keywords:** underwater wireless sensor network, node localization, zeroing neural dynamics, ranging localization

## 0 引言

水下无线传感器网络 (UWSN, underwater wireless sensor network) 逐渐成为实现海洋大规模监测的技术方向<sup>[1]</sup>。对于海洋资源开发和海洋灾害预警来说, 能够提供精准的时空数据是对 UWSN 的

一个重要需求<sup>[2]</sup>。此外, 还有许多 UWSN 技术, 如媒体访问控制 (MAC, medium access control) 机制、路由转发以及拓扑控制等, 都依赖于节点位置信息来实现<sup>[3]</sup>。然而, 水下环境的动态性或节点的自主运动导致节点位置时刻在改变, 使 UWSN 中的节点定位问题成为时变定位问题。如何对时变定位问题进

收稿日期: 2022-02-10; 修回日期: 2022-05-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61962052); 青海省自然科学基金团队资助项目 (No.2020-ZJ-903)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.61962052), The Provincial Natural Science Foundation Team of Qinghai (No.2020-ZJ-903)

行建模并实现快速且精确的求解值得关注。

国内外学者针对 UWSN 节点定位开展了各种研究,并以测距定位方法和无测距定位方法为主<sup>[4]</sup>。前者通过测距技术获得节点间距离,进而采用三角定位法或三边定位法实现定位;后者通过节点连通性实现定位<sup>[5]</sup>。在测距定位方法中,使用的测量技术有到达角度(AoA, angle of arrival)、到达时间(ToA, time of arrival)、到达时间差(TDoA, time difference of arrival)以及接收信号强度(RSS, received signal strength)<sup>[6]</sup>。少部分位置信息已知的节点被称为锚节点;其他节点被称为未知节点,需要借助锚节点坐标来确定位置。文献[7]提出了一种被动式水下定位方案(UPS, underwater positioning scheme),未知节点通过被动接收锚节点依次发来的定位信息,采用 TDoA 测量实现静默定位。文献[8]提出一种按需异步定位(ODAL, on-demand asynchronous localization)机制,将主动定位与被动定位相结合,按需实现高精度或相对低精度的定位,被动定位过程涉及 TDoA 测量。借助深度传感器,文献[9]提出了一种将三维 ToA 测距结果投影到二维平面的解决思路,不仅不影响定位性,还在一定程度上降低了定位难度。文献[10-11]结合 ToA 和 AoA 信息,通过单个锚节点对水下潜器进行定位。测距定位方法的定位精度高于无测距定位方法。但上述文献都以一种静态的方式处理定位问题,并未考虑真实情况下定位问题的时变特性。鉴于此,本文使用测距定位方法,即 AoA 定位算法和 TDoA 定位算法,结合 UWSN 节点定位问题的时变性,采用一种高效的解决办法——神经动力学方法,实现对未知节点的快速精确定位。

递归神经网络(RNN, recurrent neural network)可用于解决一些复杂问题,如时变希尔维斯特方程求解<sup>[12]</sup>、非线性优化<sup>[13]</sup>、自动控制<sup>[14]</sup>等。此外,一些基于递归神经网络的方法被用于解决无线定位问题。文献[12]提出了一种用于求解时变广义希尔维斯特方程的具有噪声抑制功能的 RNN 模型,其在声源定位上的应用证明该 RNN 模型适用于移动节点定位场景。此外,Assaf 等<sup>[15]</sup>针对无线信道开发了一种新的无测距定位算法用于对抗各向异性衰减。文献[16]提出的一种 RNN 方法被有效应用于 WSN 的无测距定位场景中。作为一种特殊的递归神经网络,归零神经网络及其不同程度的改进版本<sup>[17-20]</sup>为神经网络的发展和應用做出了突出贡献。归零神经动力学

(ZND, zeroing neural dynamics)由神经网络发展而来,是一种特殊的神经动力学,可以保证误差函数收敛于零。如前文所述,RNN 已被应用于无线定位系统,但其与 UWSN 节点定位相融合的有关工作并未被开展。本文设计了带有非线性激活函数的归零神经动力学(NL-ZND, nonlinear function-activated ZND)模型分别求解基于 AoA 和 TDoA 的 UWSN 时变定位问题。理论分析和计算机仿真结果表明,该神经动力学模型具有良好的收敛性能、高精度度以及动态环境下的稳健性。本文主要贡献如下。

1) 将神经动力学技术拓展到 UWSN 领域,使用归零神经动力学模型实现对节点定位问题的高效求解。

2) 由于水下环境的动态性或节点的自主运动,UWSN 节点定位问题为时变问题,对该问题进行分析,将其建模为线性动态矩阵方程。

3) 提出了带有非线性激活函数的改进神经动力学模型,并通过严格的数学分析证明其具有有限时间收敛性能。仿真实验表明,所提 NL-ZND 模型在求解基于 AoA 和 TDoA 定位问题时具有较高定位精度以及移动定位稳健性。

## 1 定位问题及归零神经动力学方法

本节阐述了基于 AoA 和 TDoA 的 UWSN 定位问题,并给出了这 2 个问题的统一数学模型;然后,给出利用传统 ZND 求解定位问题的解决方案。

### 1.1 定位问题

本文分别考虑了二维 AoA 定位算法以及三维 TDoA 定位算法。以一个小型的局部拓扑为研究范围,一个未知节点通过几个锚节点的辅助实现定位。需要说明的是,UWSN 通常被视为处于三维场景中,但对于处在相同深度的节点,可以暂时忽略深度信息,视为二维平面进行简化处理,因此本文讨论了二维 AoA 定位算法。无论是二维还是三维 UWSN 拓扑结构,本文所提模型均具有灵活的适用性。

#### 1.1.1 AoA 定位算法

对于 AoA 定位算法,未知节点的位置坐标需借助通信信号(声波信号)在接收节点即锚节点处的到达角度求得。考虑在一个二维场景中,未知节点的位置随时间而改变,锚节点则被随机部署,且位置固定。首先,定义  $m$  个锚节点的坐标  $\mathbf{H}$  以及未知节点的坐标  $\mathbf{h}(t)$  分别为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_m \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times m}$$

$$\mathbf{h}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$$

根据 AoA 的几何意义, 在任一时刻, 每个锚节点与未知节点的 AoA 的正切函数值为

$$\tan(\alpha_i(t)) = \frac{y(t) - y_i}{x(t) - x_i} \quad (1)$$

其中,  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ ,  $\alpha_i(t)$  表示未知节点与第  $i$  个锚节点的通信信号到达角度。式(1)可被等价转化为  $-\tan(\alpha_i(t))x(t) + y(t) = y_i - x_i \tan(\alpha_i(t))$ 。最终, 二维场景下基于 AoA 的节点定位问题可表示为

$$\begin{bmatrix} -\tan(\alpha_1(t)) & 1 \\ -\tan(\alpha_2(t)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\tan(\alpha_m(t)) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 - x_1 \tan(\alpha_1(t)) \\ y_2 - x_2 \tan(\alpha_2(t)) \\ \vdots \\ y_m - x_m \tan(\alpha_m(t)) \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 1.1.2 TDoA 定位算法

TDoA 定位算法通过测量未知节点发出的通信信号分别到达各个锚节点的时间差来估计未知节点的位置, 其考虑的是一个动态的三维场景。定义  $m$  个锚节点的坐标  $\mathbf{N}$  和未知节点的坐标  $\mathbf{n}(t)$  分别为

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_m \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_m \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times m}$$

$$\mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$$

根据 TDoA 的物理意义可得

$$r_i(t) = vT_i(t) = \sqrt{(x_i - x(t))^2 + (y_i - y(t))^2 + (z_i - z(t))^2}$$

$$\Delta T_{i1}(t) = T_i(t) - T_1(t)$$

$$r_{i1}(t) = v\Delta T_{i1}(t) = r_i(t) - r_1(t)$$

其中,  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ ,  $v$  表示通信信号在介质中的传播速度,  $T_i(t)$  表示信号从未知节点到第  $i$  个锚节点的传播时间,  $\Delta T_{i1}(t)$  表示信号从未知节点分别传播到第  $i$  个和第一个锚节点的时间差,  $r_i(t)$  表示未知节点和第  $i$  个锚节点间的距离,  $r_{i1}(t)$  表示未知节点到第  $i$  个和第一个锚节点的距离差。经推导 (如附录 1 所示) 可得三维场景中基于 TDoA 的节点定位

问题为

$$\begin{bmatrix} x_{21} & y_{21} & z_{21} & v\Delta T_{21}(t) \\ x_{31} & y_{31} & z_{31} & v\Delta T_{31}(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m1} & y_{m1} & z_{m1} & v\Delta T_{m1}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \\ r_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Q_2 - Q_1)/2 \\ (Q_3 - Q_1)/2 \\ \vdots \\ (Q_m - Q_1)/2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (v\Delta T_{21}(t))^2/2 \\ (v\Delta T_{31}(t))^2/2 \\ \vdots \\ (v\Delta T_{m1}(t))^2/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Q_2 - Q_1 - (v\Delta T_{21}(t))^2)/2 \\ (Q_3 - Q_1 - (v\Delta T_{31}(t))^2)/2 \\ \vdots \\ (Q_m - Q_1 - (v\Delta T_{m1}(t))^2)/2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,  $Q_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$ 。

### 1.1.3 统一的表达式

根据式(2)和式(3), 基于 AoA 和 TDoA 的 UWSN 定位问题可表示为动态矩阵方程, 即

$$\mathbf{P}(t)\mathbf{s}(t) = \mathbf{z}(t) \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{P}(t) \in \mathbb{R}^{p \times q}$  为已知的系数矩阵, 并且涉及通信信号的到达角度和到达时间差;  $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^p$  为已知向量;  $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^q$  ( $q=2$  或者  $q=4$ ) 为未知向量, 并且涉及未知节点的待求位置。

## 1.2 传统 ZND 模型

目前, ZND 在动态问题上已得到了较好的应用。传统 ZND 模型的构建分为以下 3 个步骤。

**步骤 1** 构建误差函数  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{s}(t) - \mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^p$ 。

**步骤 2** 为了保证误差函数  $\mathbf{e}(t)$  的每一个元素收敛于 0, 定义演化方程  $\dot{\mathbf{e}}(t) = -\gamma F(\mathbf{e}(t))$ , 其中,  $\dot{\mathbf{e}}(t)$  为  $\mathbf{e}(t)$  的时间导数; 缩放因子  $\gamma > 0$ ;  $F(\bullet): \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$  为线性激活函数组, 其中的每个元素为  $f(\bullet): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 。

**步骤 3** 将  $\mathbf{e}(t)$  误差函数代入演化方程, 获得用于求解 UWSN 定位问题式(4)的传统归零神经动力学求解方案, 即

$$\dot{\mathbf{P}}(t)\mathbf{s}(t) + \mathbf{P}(t)\dot{\mathbf{s}}(t) - \dot{\mathbf{z}}(t) = -\gamma F(\mathbf{P}(t)\mathbf{s}(t) - \mathbf{z}(t))$$

## 2 改进的归零神经动力学模型

基于以上 ZND 模型, 本文进一步探索并提出了一种改进的归零神经动力学模型——NL-ZND 模型, 用来求解式(4)。

### 2.1 NL-ZND 模型

首先, 定义误差函数为  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{s}(t) - \mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^p$ ; 然后, 采用非线性的单调递增的奇函数加快  $\mathbf{e}(t)$  收敛。因此, 步骤 2 中的演化方程可改写为

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t) = -\varphi L(\boldsymbol{e}(t)) \quad (5)$$

其中,  $\varphi$  为一个正值, 用于控制神经动力学模型的收敛速率; 与传统 ZND 模型所使用的线性激活函数组  $F(\bullet): \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$  不同,  $L(\bullet): \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$  为一组单调递增的奇函数  $l(\bullet): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , 使误差函数的每一项都在有限时间内收敛于零。式(5)中, 等号左边表示  $\boldsymbol{e}(t)$  的变化率, 右边表示以负反馈的方式使  $\boldsymbol{e}(t)$  趋近于 0。对于实际应用中的网络部署场景, 式(4)在数学上通常是正定或超定的。接下来, 利用式(5)得出正定情况下求解 UWSN 定位问题的神经动力学模型为

$$\dot{\boldsymbol{s}}(t) = \boldsymbol{P}^+(t) [\dot{\boldsymbol{z}}(t) - \dot{\boldsymbol{P}}(t)\boldsymbol{s}(t) - \varphi L(\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{s}(t) - \boldsymbol{z}(t))] \quad (6)$$

其中,  $\boldsymbol{P}^+(t)$  表示矩阵  $\boldsymbol{P}(t)$  的逆矩阵。对于超定情况 ( $p > q$ ), 通过将误差函数代入式(5)并对两边同时乘以  $\boldsymbol{P}(t)^T$ , 得到神经动力学模型为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}(t)^T \boldsymbol{P}(t) \dot{\boldsymbol{s}}(t) = \\ -\varphi \boldsymbol{P}(t)^T L(\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{s}(t) - \boldsymbol{z}(t)) - \boldsymbol{P}(t)^T \dot{\boldsymbol{P}}(t)\boldsymbol{s}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

如果  $\boldsymbol{P}(t)$  是列满秩的, 那么  $\boldsymbol{P}^+(t)\boldsymbol{P}(t)$  是可逆的, 并且  $\boldsymbol{P}^+(t) = (\boldsymbol{P}(t)^T \boldsymbol{P}(t))^{-1} \boldsymbol{P}(t)^T$  成立。因此, 式(7)可写作

$$\dot{\boldsymbol{s}}(t) = \boldsymbol{P}^+(t) [\dot{\boldsymbol{z}}(t) - \dot{\boldsymbol{P}}(t)\boldsymbol{s}(t) - \varphi L(\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{s}(t) - \boldsymbol{z}(t))] \quad (8)$$

显然, 正定或者超定情况下的神经动力学模型是一致的。因此, 用于求解 UWSN 定位问题的神经动力学模型可以统一表示为式(8)。从上述分析中可以看出, 式(7)和式(8)在一定情况下是等价的, 本文在后续的计算机仿真实验中也证实了这一点。仿真部分展示的式(8)模型的结果同样可以解释式(7)模型。

一般而言, 一个激活函数表示从一个集合到另一个集合的投影操作, 不同的激活函数产生不同的收敛性能。使用线性激活函数的 ZND 模型往往花费较长时间达到收敛效果。因此, 本文基于式(8)模型, 提出了带有非激活函数的归零神经动力学模型来求解 UWSN 定位问题式(4), 并对其收敛性能进行了严格的理论证明。

正如前文所述, 使用线性激活函数的 ZND 模型的能力是受限的。受文献[21]的启发, 本文将一个特殊设计的非线性激活函数应用于式(8)模型, 即

$$l(x) = \kappa_1 |x|^\tau \operatorname{sgn}(x) + \kappa_2 |x|^\sigma \operatorname{sgn}(x) \quad (9)$$

其中, 符号  $|\cdot|$  表示标量的绝对值; 缩放因子

$\kappa_1, \kappa_2 > 0$ ; 设计参数  $\tau \in (0, 1)$ ,  $\sigma \in [1, +\infty)$ 。符号函数定义如下

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (10)$$

将激活函数式(9)代入式(8), 可以得到用于求解定位问题式(4)的改进神经动力学模型为

$$\dot{\boldsymbol{s}}(t) = \boldsymbol{P}^+(t) [\dot{\boldsymbol{z}}(t) - \dot{\boldsymbol{P}}(t)\boldsymbol{s}(t) - \varphi L(\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{s}(t) - \boldsymbol{z}(t))] \quad (11)$$

式(11)所示改进模型称为 NL-ZND 模型。接下来, 本文对 NL-ZND 模型的收敛性能进行理论证明。

## 2.2 收敛性分析

**定理 1** 给定一个任意的初始位置  $\boldsymbol{s}(0)$ , 由 NL-ZND 模型估计的未知节点运动的实时位置可以在有限时间  $C$  内收敛于理论位置  $\boldsymbol{s}^*(t)$ , 有限时间  $C$  表示为

$$C \leq \frac{|\varepsilon(0)|^{1-\tau}}{\varphi \kappa_1 (1-\tau)} \quad (12)$$

其中,  $\varepsilon(0)$  为误差  $\boldsymbol{e}(0)$  中绝对值最大的元素。

**证明**  $\boldsymbol{s}^*(t)$  是基于 AoA 或基于 TDoA 的 UWSN 定位问题的理论解。从一个随机产生的初始值  $\boldsymbol{s}(0)$  开始, 由 NL-ZND 模型生成的状态向量  $\boldsymbol{s}(t)$  将在有限时间  $C$  内收敛于  $\boldsymbol{s}^*(t)$ 。根据误差函数的定义, 当误差函数收敛于 0 时,  $\boldsymbol{s}(t)$  收敛于  $\boldsymbol{s}^*(t)$ 。因此, 可以对误差函数  $\boldsymbol{e}(t)$  进行讨论。针对  $\dot{\boldsymbol{e}}(t) = -\varphi L(\boldsymbol{e}(t))$ , 第  $i$  个子系统可以定义为

$$\dot{e}_i(t) = -\varphi l(e_i(t)) \quad (13)$$

然后, 定义  $\varepsilon(t)$  为向量  $\boldsymbol{e}(t)$  中绝对值最大的元素, 即在  $t$  时刻, 对于所有的  $i(i=1, 2, \dots, p)$  都有  $|\varepsilon(t)| \geq |e_i(t)|$  成立。根据  $\varepsilon(0)$  的符号, 分为以下 3 种情况进行讨论。

**情况 1**  $\varepsilon(0) > 0$ 。 $\varepsilon(t) \geq |e_i(t)|$  意味着当  $\varepsilon(t)$  达到 0 时,  $e_i(t)$  收敛于 0。设  $C$  为  $\varepsilon(t)$  的收敛时间, 也就是 NL-ZND 模型在时间  $C$  收敛于理论解。基于  $l(x)$  的定义, 可通过式(14)~式(18)来计算  $C$ 。

$$\dot{\varepsilon}(t) = -\varphi(\kappa_1 \varepsilon^\tau(t) + \kappa_2 \varepsilon^\sigma(t)) \quad (14)$$

因为  $\kappa_2 \varepsilon^\sigma(t) > 0$ , 式(14)可化简为

$$\dot{\varepsilon}(t) < -\varphi \kappa_1 \varepsilon^\tau(t) \quad (15)$$

根据微分的概念, 可写为如下形式

$$dt < -\frac{1}{\varphi \kappa_1} \varepsilon^{-\tau}(t) d\varepsilon(t) \quad (16)$$

两边同时积分可得

$$\int_0^C dt < -\frac{1}{\phi\kappa_1} \int_{\varepsilon(0)}^0 \varepsilon^{-\tau}(t) d\varepsilon(t) \quad (17)$$

求解式(17)可得

$$C < \frac{(\varepsilon(0))^{1-\tau}}{\phi\kappa_1(1-\tau)} = \frac{|\varepsilon(0)|^{1-\tau}}{\phi\kappa_1(1-\tau)} \quad (18)$$

**情况 2**  $\varepsilon(0) < 0$ 。经过与情况 1 类似的推导，可得收敛时间为

$$C < \frac{(-\varepsilon(0))^{1-\tau}}{\phi\kappa_1(1-\tau)} = \frac{|\varepsilon(0)|^{1-\tau}}{\phi\kappa_1(1-\tau)} \quad (19)$$

**情况 3**  $\varepsilon(0)=0$ 。经过与情况 1 类似的推导，可得收敛时间为

$$C=0 = \frac{|\varepsilon(0)|^{1-\tau}}{\phi\kappa_1(1-\tau)} \quad (20)$$

从上述 3 种情况的分析可得，NL-ZND 模型在求解式(4)时将在有限时间  $C$  内收敛于理论解，也就是说，未知节点的位置在时间  $C$  内收敛于理论位置。

需要说明的是，从时变的角度出发，将节点定位问题建模为控制理论中的调节问题，即  $\mathbf{P}(t)\mathbf{s}(t) = \mathbf{z}(t)$ ，进而得到该问题的误差函数为  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{s}(t) - \mathbf{z}(t)$ 。NL-ZND 模型的目的是使误差函数  $\mathbf{e}(t)$  收敛到  $\mathbf{0}$ ，即可得出未知节点的位置  $\mathbf{s}(t)$ 。NL-ZND 模型被设计为一个常微分方程形式的动力学系统，当其达到收敛状态时，该模型的平衡点与定位问题的解  $\mathbf{s}(t)$  相同。

### 2.3 复杂度对比

本节分别给出了 NL-ZND 模型和传统 ZND 模型的计算复杂度。

从离散的角度计算本文所提出的神经动力学模型的复杂度。首先，利用欧拉差分公式对式(11)进行离散化可得

$$\begin{cases} \Gamma_k = \mathbf{P}_k^{-1}(\dot{\mathbf{z}}_k - \dot{\mathbf{P}}_k \mathbf{s}_k - \phi L(\mathbf{P}_k \mathbf{s}_k - \mathbf{z}_k)) \\ \mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{s}_k + \tau \Gamma_k \end{cases}$$

其中， $\tau > 0 \in \mathbb{R}$  为采样间隔， $k=1,2,\dots$  为迭代索引， $L(\cdot)$  为激活函数， $\Gamma_k = \dot{\mathbf{s}}(k\tau) \in \mathbb{R}^q$ ， $\mathbf{P}_k = \mathbf{P}(k\tau) \in \mathbb{R}^{p \times q}$ ， $\mathbf{z}_k = \mathbf{z}(k\tau) \in \mathbb{R}^p$ ， $\mathbf{s}_k = \mathbf{s}(k\tau) \in \mathbb{R}^q$ 。模型在第  $k$  个时刻产生的运算包括对  $\Gamma_k$  和  $\mathbf{s}_{k+1}$  的求解。此外，本文定义浮点运算如下。

1) 一个标量和一个向量（大小为  $\zeta_1$ ）相乘需进行  $\zeta_1$  次浮点运算。

2) 一个矩阵（大小为  $\zeta_1 \times \zeta_2$ ）和一个向量（大小为  $\zeta_2$ ）相乘需进行  $\zeta_1(2\zeta_2 - 1)$  次浮点运算。

3) 2 个向量（大小都为  $\zeta_1$ ）相加或相减需进行  $\zeta_1$  次浮点运算。

4) 一个方阵（大小为  $\zeta_1 \times \zeta_1$ ）求逆需进行  $\zeta_1^3$  次浮点运算。

本文以正定情况下的复杂度为参考（即  $p=q$ ）。在第  $k$  个时刻，计算  $\Gamma_k$  需要  $q^3 + 6q^2 + (\tau + \sigma + 5)q$  次浮点运算，计算  $\mathbf{s}_{k+1}$  需要  $2q$  次运算。因此，本文所提神经动力学模型在每个采样间隔需进行  $q^3 + 6q^2 + (\tau + \sigma + 7)q$  次浮点运算。不同于陆地的传感器节点，水下的节点具备了更高的计算能力，可以满足处理上述规模的计算以实现定位需求。

本文以相同的方式得出传统 ZND 模型在每个采样间隔需进行  $q^3 + 6q^2 + 3q$  次浮点运算。由于采用了非线性激活函数，本文所提 NL-ZND 模型的复杂度比传统 ZND 模型高，并且在每个采样间隔增加了  $\tau + \sigma + 4q$  次运算，其中， $\tau \in (0,1)$ ， $\sigma > 1$ ， $q=2$  或 4。增加的运算次数  $\tau + \sigma + 4q$  只是  $q$  的一阶函数，但模型的收敛速度却得到很大提升。

## 3 仿真实验

本文首先进行了基于 AoA 和 TDoA 的定位仿真实验，实验结果验证了 NL-ZND 模型在求解 UWSN 定位问题时的有效性；然后，对 NL-ZND 模型在收敛时间和收敛速率等方面的性能进行仿真验证；最后，将该模型应用在 UWSN 实验床中的节点定位以进一步说明模型的可行性。

### 3.1 基于 AoA 的 UWSN 节点定位

本节模拟了一个  $30 \text{ m} \times 20 \text{ m}$  范围的二维 UWSN 场景，其中，未知节点沿“钻石形”轨迹运动，周围的 4 个锚节点被随机部署且位置固定，如图 1(a)所示。从图 1(a)可以看出，未知节点的真实轨迹与模拟轨迹几乎是重合的。图 1(b)展示了剩余误差  $\|\mathbf{e}(t)\|_2$  的收敛情况。图 1(c)描述了位置估计误差

$\mathbf{e}_p(t) = [e_{pX}, e_{pY}]^T$ ， $X$  坐标估计误差  $e_{pX}$  和  $Y$  坐标估计误差  $e_{pY}$  均在短时间内收敛到足够小，达到  $10^{-4}$  级别。

因此，本文所提神经动力学模型具有较高的定位精度。

综上所述，所提神经动力学模型在求解基于 AoA 的节点定位问题时，可以正确计算出节点的运动轨迹，并且具有较高的精确度以及快速的收敛性能。

### 3.2 基于 TDoA 的 UWSN 节点定位

本节进行了基于 TDoA 的 UWSN 节点定位仿真实验，实验结果如图 2 所示。

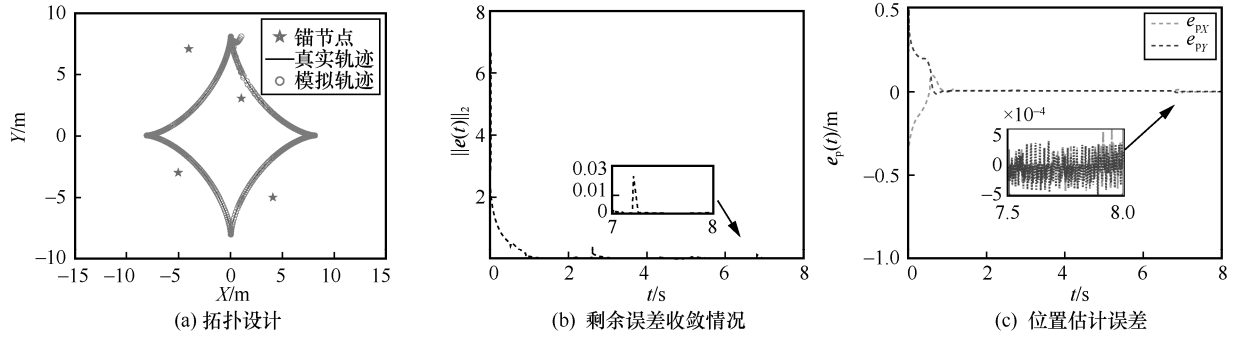


图 1 基于 AoA 的 UWSN 节点定位仿真实验

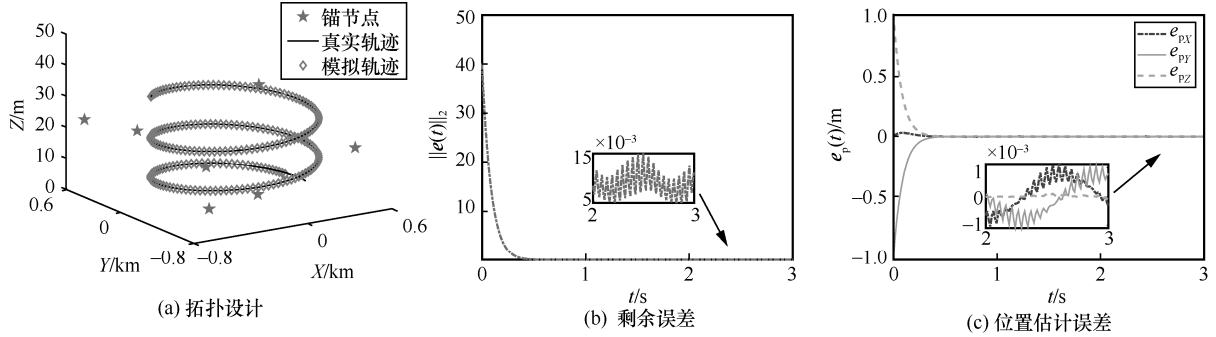


图 2 基于 TDoA 的 UWSN 节点定位仿真实验

如图 2(a)所示, 锚节点被随机且固定地部署在  $1.4 \text{ km} \times 1.4 \text{ km} \times 30 \text{ m}$  的三维空间内, 未知节点在空间内沿  $Z$  轴正方向做螺旋线运动。NL-ZND 模型针对未知节点生成的模拟轨迹与真实轨迹重合。如图 2(b)所示, 模型生成的剩余误差  $\|e(t)\|_2$  在 1 s 内收敛。如图 2(c)所示, 模型收敛时, 位置估计误差  $e_{px}$ 、 $e_{py}$ 、 $e_{pz}$  的阶数均为  $10^{-3}$ 。验证了所提模型解决基于 TDoA 的 UWSN 节点定位问题的有效性。

综上所述, 所提神经动力学模型在求解基于 TDoA 的节点定位问题时, 可以正确计算出节点的运动轨迹, 并且具有较高的精确度以及快速的收敛性能。

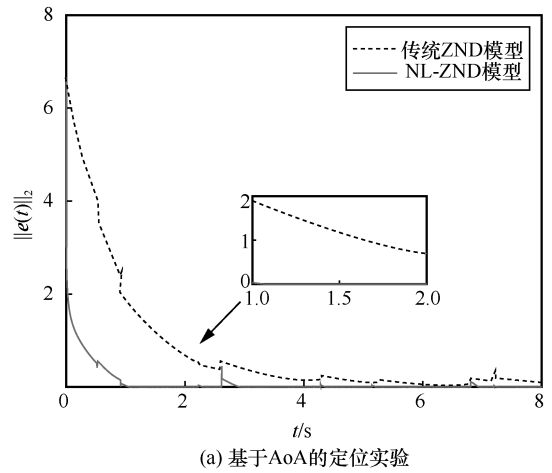
### 3.3 对比验证

本节分别对 NL-ZND 模型进行了收敛时间、收敛速率方面的性能验证, 此外, 还观察了锚节点数量及分布情况对定位结果的影响。

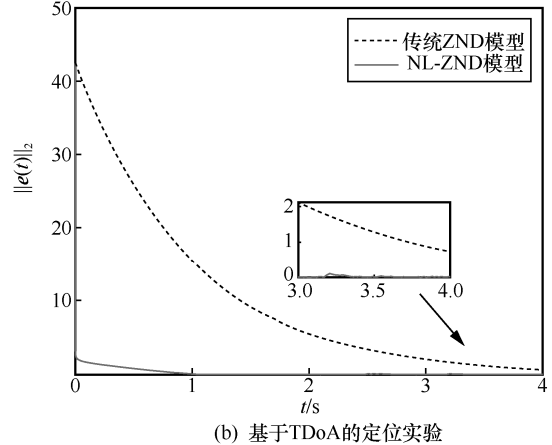
#### 3.3.1 收敛时间

借助 3.1 节中基于 AoA 定位和 3.2 节中基于 TDoA 定位的实验场景, 本节对 NL-ZND 模型和传统 ZND 模型的收敛时间进行了对比, 结果如图 3 所示。

从图 3(a)可以看出, 使用 NL-ZND 模型和传统 ZND 模型求解基于 AoA 的定位问题时, NL-ZND 模型的剩余误差在 2 s 内收敛到 0, 而此时传统 ZND 模型还存在



(a) 基于AoA的定位实验



(b) 基于TDoA的定位实验

图 3 收敛时间对比

较大误差且并未达到收敛状态。从图 3(b)可以看出，求解基于 TDoA 的定位问题时，NL-ZND 模型在 1 s 时收敛，而传统 ZND 模型在仿真结束时仍未达到收敛状态并且存在较大误差。以上仿真结果有效地验证了本文提出的 NL-ZND 模型具有有限时间收敛性能。

### 3.3.2 收敛速率

在 NL-ZND 模型中， $\varphi$  是一个正值，用于控制神经动力学模型的收敛速率。本节借助 3.2 节的实验场景，设置  $\varphi$  分别为 0.5、1、2，对 NL-ZND 模型的收敛速率进行了仿真验证，结果如图 4 所示。从图 4 可以看出，随着  $\varphi$  的增大，曲线斜率逐渐变大，即收敛速率逐渐增大；相应地，收敛时间缩短，从而验证了 NL-ZND 模型中  $\varphi$  具有调节收敛速率的作用。

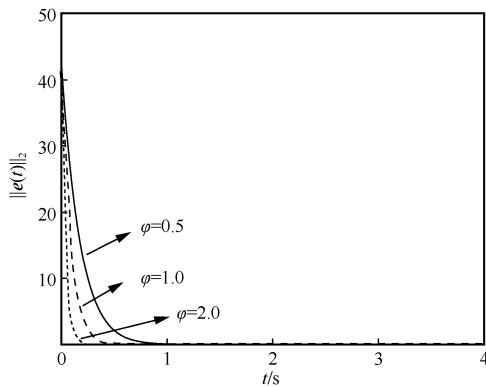


图 4 NL-ZND 模型收敛速率验证

### 3.3.3 锚节点数量及分布

为了观察锚节点数量对定位结果的影响，本节将锚节点的数量设置为 4~8 个，并在二维 TDoA 定位场景中进行多次仿真实验，得到相应的定位误差  $e_p(t) = [e_{px}, e_{py}]^T$ 。未知节点运动轨迹及锚节点  $A_1 \sim A_8$  分布如图 5 所示，锚节点数量及定位误差如表 1 所示。

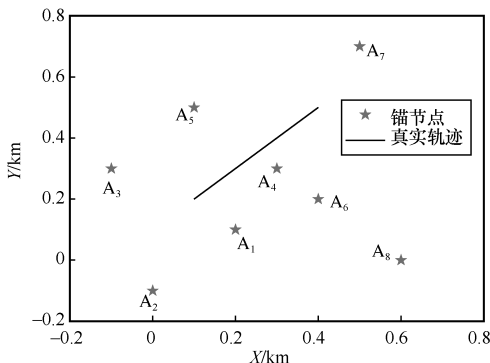


图 5 未知节点运动轨迹及锚节点分布

表 1 锚节点数量及定位误差

锚节点数量/个	定位误差/km
4 (锚节点 $A_1 \sim A_4$ )	$1 \times 10^{-5}$
5 (锚节点 $A_1 \sim A_5$ )	$1.5 \times 10^{-5}$
6 (锚节点 $A_1 \sim A_6$ )	$1 \times 10^{-5}$
7 (锚节点 $A_1 \sim A_7$ )	$2.5 \times 10^{-6}$
8 (锚节点 $A_1 \sim A_8$ )	$2 \times 10^{-6}$

如表 1 所示，随着锚节点数量的增加，未知节点的定位误差降低。当锚节点数量达到 TDoA 定位所需的最小节点数 4 个时，本文所提 NL-ZND 模型的定位结果即可满足大多数应用的精度需求。然而考虑到实际部署场景，锚节点数量不会过于密集。随着锚节点数量的增多，网络中会不可避免地产生信号碰撞等问题，从而影响定位效果。

### 3.4 在 UWSN 实验床的应用

本文团队已成功搭建了一个集成 Micro-ANP 协议栈<sup>[22-24]</sup>的 UWSN 实验床，并在青海湖进行了大量的湖试实验。实验床主要由工业路由器、节点和远程服务器构成。每套节点又包括一个 C15 CTD 传感器、一个 AquaSeNT OFDM modem 和一个树莓派开发板。本节利用实验床中部署的节点的地理坐标进行基于 AoA 的定位实验。在本节实验中，节点的深度是忽略不计的，并且不考虑湖水流动速度。

基于 AoA 的节点定位实验结果如图 6 所示。实验拓扑如图 6(a)所示，节点  $A_1 \sim A_4$  是配备了 GPS 模块的锚节点。未知节点  $U_1$  的实际坐标为(36.706 770, 100.544 254)。位置估计误差  $e_p(t) = [e_{px}, e_{py}]^T$  的收敛情况如图 6(b)所示。从图 6 可以看出，未知节点  $U_1$  的实际位置被正确地计算出来。因此，NL-ZND 模型在求解 UWSN 实验床中基于 AoA 的节点定位问题时具有潜在的适用性。

## 4 结束语

本文对神经动力学方法进行了探讨并将其拓展到 UWSN 领域。针对 UWSN 定位问题，提出了改进的神经动力学模型，并对模型的收敛性能进行了严格的理论分析。在仿真部分，该模型成功地应用于基于 AoA 和 TDoA 的 UWSN 节点定位问题，证明了模型在高精度和动态环境稳健性方面的有效性。此外，实验验证了所提模型具备有限时间收敛性能。目前，大多数 UWSN 协议及算法的测试

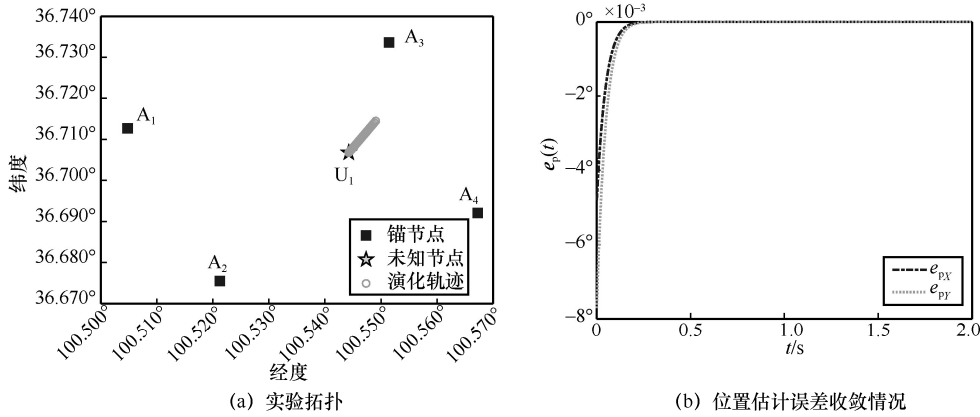


图 6 基于 AoA 的节点定位实验结果

都基于仿真软件，本文通过对 UWSN 实验床中的节点进行定位实验，说明了神经动力学模型在真实环境中的潜在适用性。

### 附录 1 三维场景中基于 TDoA 的节点定位问题推导过程

通过  $r_i(t)$  的定义，可以得到  $r_i^2(t)$  为

$$r_i^2(t) = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - 2x_i x(t) - 2y_i y(t) - 2z_i z(t) + x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)$$

其中，当  $i=1$  时， $r_1^2(t)$  为

$$r_1^2(t) = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - 2x_1 x(t) - 2y_1 y(t) - 2z_1 z(t) + x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)$$

令  $Q_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$ ， $r_i^2(t)$  和  $r_1^2(t)$  可分别简化为

$$r_i^2(t) = Q_i - 2x_i x(t) - 2y_i y(t) - 2z_i z(t) + x^2(t) + y^2(t) + z^2(t) \quad (21)$$

$$r_1^2(t) = Q_1 - 2x_1 x(t) - 2y_1 y(t) - 2z_1 z(t) + x^2(t) + y^2(t) + z^2(t) \quad (22)$$

根据定义  $r_{i1}(t) = r_i(t) - r_1(t)$  和式(21)~式(22)可得

$$\begin{aligned} r_{i1}(t) &= r_i^2(t) - r_1^2(t) = \\ &= (r_i(t) - r_1(t))^2 + 2r_i(t)r_1(t) - 2r_1^2(t) = \\ &= r_i^2(t) + 2r_i(t)(r_i(t) - r_1(t)) = \\ &= r_{i1}^2(t) + 2r_1(t)r_{i1}(t) \end{aligned} \quad (23)$$

$$r_i(t) - r_1(t) = Q_i - Q_1 - 2x_{i1}x(t) - 2y_{i1}y(t) - 2z_{i1}z(t) \quad (24)$$

其中， $x_{i1} = x_i - x_1, y_{i1} = y_i - y_1, z_{i1} = z_i - z_1$ 。将式(23)和式(24)合并可得

$$\begin{aligned} x_{i1}x(t) + y_{i1}y(t) + z_{i1}z(t) + r_1(t)r_{i1}(t) &= \\ \frac{Q_i - Q_1}{2} - \frac{r_{i1}^2(t)}{2} &= \frac{Q_i - Q_1 - r_{i1}^2(t)}{2} \end{aligned} \quad (25)$$

根据定义  $r_{i1}(t) = v\Delta T_{i1}(t)$ ，最终可以推导得到

$$\begin{bmatrix} x_{21} & y_{21} & z_{21} & v\Delta T_{21}(t) \\ x_{31} & y_{31} & z_{31} & v\Delta T_{31}(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m1} & y_{m1} & z_{m1} & v\Delta T_{m1}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \\ r_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Q_2 - Q_1}{2} \\ \frac{Q_3 - Q_1}{2} \\ \vdots \\ \frac{Q_m - Q_1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{(v\Delta T_{21}(t))^2}{2} \\ \frac{(v\Delta T_{31}(t))^2}{2} \\ \vdots \\ \frac{(v\Delta T_{m1}(t))^2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(Q_2 - Q_1 - (v\Delta T_{21}(t))^2)}{2} \\ \frac{(Q_3 - Q_1 - (v\Delta T_{31}(t))^2)}{2} \\ \vdots \\ \frac{(Q_m - Q_1 - (v\Delta T_{m1}(t))^2)}{2} \end{bmatrix}$$

### 参考文献:

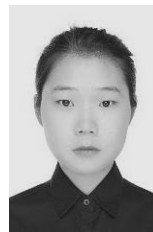
- [1] 刘杨, 李崔灿, 彭木根. 低功耗水下物联网: 愿景与关键技术[J]. 物联网学报, 2022, 6(2): 1-9.  
LIU Y, LI C C, PENG M G. Low-power internet of underwater things: vision and key technologies [J]. Chinese Journal on Internet of Things, 2022, 6(2): 1-9.
- [2] 李鑫滨, 高梦玲, 闫磊. 一种负载均衡且能量高效的水下传感网络分簇协议[J]. 电信科学, 2016, 32(11): 42-49.  
LI X B, GAO M L, YAN L. A load balanced and energy efficient un-derwater clustering protocol for UWSN [J]. Telecommunications Science, 2016, 32(11): 42-49.
- [4] 王兴旺. 水下无线传感器网络中的时钟同步、定位与数据传输研究[D]. 长春: 吉林大学, 2018.  
WANG X W. Research on time synchronization, localization and data transmission in underwater wireless sensor networks[D]. Changchun: Jilin University, 2018.
- [5] 杨振诚. 基于优化算法的水下无线传感器网络预测定位算法研究[D]. 南京: 南京邮电大学, 2020.  
YANG Z C. Research on predictive localization algorithm of underwater wireless sensor networks based on optimization algorithm[D]. Nanjing: Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2020.
- [6] 田艺. 水下无线传感器网络定位技术研究[D]. 桂林: 桂林电子科

- 技大学, 2020.
- TIAN Y. Research on localization of underwater wireless sensor network[D]. Guilin: Guilin University of Electronic Technology, 2020.
- [7] CHENG X Z, SHU H N, LIANG Q L, et al. Silent positioning in underwater acoustic sensor networks[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2008, 57(3): 1756-1766.
- [8] CARROLL P, MAHMOOD K, ZHOU S L, et al. On-demand asynchronous localization for underwater sensor networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(13): 3337-3348.
- [9] TEYMORIAN A Y, CHENG W, MA L R, et al. 3D underwater sensor network localization[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2009, 8(12): 1610-1621.
- [10] 曹俊, 郑翠娥, 孙大军, 等. AUV 直线航迹下的单信标测距定位[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2017, 38(5): 733-738.
- CAO J, ZHENG C E, SUN D J, et al. AUV positioning based on single beacon ranging in straight-line trajectory[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2017, 38(5): 733-738.
- [11] JIN B N, XU X S, ZHU Y Y, et al. Single-source aided semi-autonomous passive location for correcting the position of an underwater vehicle[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(9): 3267-3275.
- [12] JIN L, YAN J K, DU X J, et al. RNN for solving time-variant generalized Sylvester equation with applications to robots and acoustic source localization[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(10): 6359-6369.
- [13] WEI L, JIN L, YANG C G, et al. New noise-tolerant neural algorithms for future dynamic nonlinear optimization with estimation on hessian matrix inversion[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(4): 2611-2623.
- [14] ZHANG J Z, JIN L, YANG C G. Distributed cooperative kinematic control of multiple robotic manipulators with an improved communication efficiency[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2022, 27(1): 149-158.
- [15] ASSAF A E, ZAIDI S, AFFES S, et al. Robust ANNs-based WSN localization in the presence of anisotropic signal attenuation[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2016, 5(5): 504-507.
- [16] LI S, QIN F. A dynamic neural network approach for solving nonlinear inequalities defined on a graph and its application to distributed, routing-free, range-free localization of WSNs[J]. Neurocomputing, 2013, 117: 72-80.
- [17] QI Y M, JIN L, WANG Y N, et al. Complex-valued discrete-time neural dynamics for perturbed time-dependent complex quadratic programming with applications[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(9): 3555-3569.
- [18] JIN L, YING L F, LU H Y, et al. Saturation-allowed neural dynamics applied to perturbed time-dependent system of linear equations and robots[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(10): 9844-9854.
- [19] QI Y M, JIN L, LI H X, et al. Discrete computational neural dynamics models for solving time-dependent Sylvester equation with applications to robotics and MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(10): 6231-6241.
- [20] XIE Z T, JIN L, DU X J, et al. On generalized RMP scheme for redundant robot manipulators aided with dynamic neural networks and nonconvex bound constraints[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(9): 5172-5181.
- [21] JIN L, LI S, WANG H Q, et al. Nonconvex projection activated zeroing neurodynamic models for time-varying matrix pseudoinversion with accelerated finite-time convergence[J]. Applied Soft Computing, 2018, 62: 840-850.
- [22] 杜秀娟, 苏毅珊. 水下传感器网络研究[M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- DU X J, SU Y S. Research on underwater wireless sensor network[M]. Beijing: Science Press, 2016.
- [23] 王丽娟, 杜秀娟, 李冲. 面向水声网络可靠传输的 FDR 编解码算法[J]. 通信学报, 2020, 41(4): 81-91.
- WANG L J, DU X J, LI C. FDR coding and decoding algorithm for reliable transmission in underwater acoustic network[J]. Journal on Communications, 2020, 41(4): 81-91.
- [24] 李冲, 杜秀娟, 王丽娟, 等. 基于规则与感知的水声网络 MAC 协议[J]. 通信学报, 2022, 43(2): 65-75.
- LI C, DU X J, WANG L J, et al. Rule and perception based MAC protocol for UAN[J]. Journal on Communications, 2022, 43(2): 65-75.

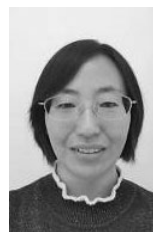
### [作者简介]



杜秀娟 (1970- ), 女, 河北石家庄人, 博士, 青海师范大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线网络与安全、物联网技术、神经网络等。



王丽娟 (1992- ), 女, 河北石家庄人, 青海师范大学博士生, 主要研究方向为无线网络与安全、神经网络。



刘静萍 (1982- ), 女, 青海西宁人, 兰州大学博士生, 主要研究方向为无线传感器网络、最优化理论、神经网络等。



金龙 (1988- ), 男, 甘肃榆中人, 博士, 兰州大学教授、博士生导师, 主要研究方向为机器人控制、神经网络等。